

Wann ist Mittag? Mittag ist, werden Sie sagen, wenn es 12 Uhr ist und es etwas zu essen gibt. Nicht schlecht, zumindest das mit dem Essen. Stellt man diese Frage aber einer Sternwarte oder einem Planetarium, so erhält man beispielsweise für Hamburg am 10. Februar die zunächst überraschende Antwort 12 Uhr 34 MEZ. Zwanzig Minuten lassen sich durch die fünf Längengrade schnell erklären, die Hamburg westlicher liegt als der zur MEZ gehörende 15. Längengrad Ost. Dennoch aber bleibt ein Rest von 14 Minuten übrig, den es aufzuklären gilt.

Der Zeitpunkt des Mittags ist mit der Stellung der Sonne am Himmel verknüpft und wird als der Zeitpunkt festgelegt, an dem die Sonne ihre maximale Höhe über dem Horizont erreicht. Offensichtlich ist das nicht immer um Punkt 12 Uhr der Fall.

In einem Gedankenexperiment begeben wir uns an einen Ort, der auf der geographischen Länge 0° liegen soll. Hier gilt exakt die Weltzeit (UT) und in dieser Zeitskala bestimmen wir an jedem Tag des Jahres den genauen Mittagszeitpunkt. Die Meßergebnisse sind in Abb. 1 wiedergegeben.

Wie man sofort feststellt, verläuft die auf Sonnenbeobachtungen basierende Zeitskala mit Abweichungen von bis zu 16 Minuten recht ungleichförmig. Auch die Tage sind im Jahreslauf unterschiedlich lang. Es wird sich zeigen, daß diese Abweichungen in Form einer Doppelwelle mit unterschiedlichen Amplituden astronomische und geometrische Ursachen haben.

Um diese Ursachen richtig interpretieren zu können, ist eine etwas nähere Betrachtung des Sonnenlaufs über den Himmel notwendig. In Abb.2 blickt man von außen auf diese Himmelskugel, deren Mittelpunkt mit dem der Erde in E zusammenfällt und deren Radius im

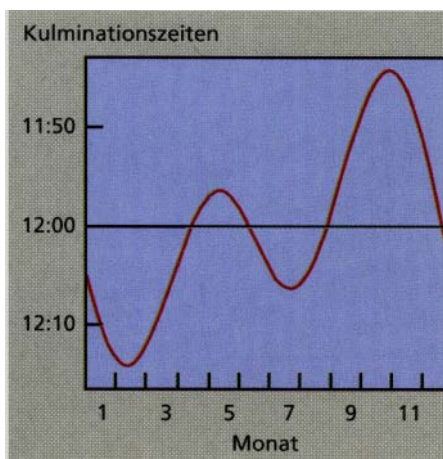


Abb. 1: Die Kulminationszeiten der Sonne schwanken im Jahreslauf. Sie sind angegeben in Weltzeit, MEZ usw. für die Längen 0°, 15° Ost usw.

Wann ist Mittag?

oder: Warum die Sonne am Himmel wackelt

von Dr. Bernd Loibl

Vergleich zum Erdradius sehr groß ist, so daß die Erde in diesem Bild zum Punkt E zusammenschrumpft. Die wahre Größe der Himmelskugel ist unwichtig, da es nur auf die Richtungen zur Sonne ankommt. Der Vorteil der künstlichen Himmelskugel besteht in einer verbesserten Anschaulichkeit, da Richtungswinkel am Erdmittelpunkt als Bogenstücke von Kreisen auf ihrer Oberfläche darstellbar sind.

Der Winkel bestimmt die Zeit

In der Abb. 2 wird die Himmelskugel durchstoßen von der Erdrotationsachse im Himmelspol P und von der zur Schwerkraft entgegengesetzten Richtung im Zenit Z. Der in der Zeichenebene liegende Großkreis durch P und Z ist daher unser Meridian und definiert die Himmelsrichtungen. Um 12 Uhr soll nun die Sonne genau auf diesem Meridian im Punkt A stehen. Die Rotation der Erde um ihre Achse EP bewirkt ein scheinbares Wandern der Sonne nach Westen. Zu einem späteren Zeitpunkt steht die Sonne in B und hat an der Himmelskugel den Bogen von A nach B zurückgelegt, zu dem der Winkel APB am Himmelspol gehört. Der tägliche Lauf der Sonne bietet also die Möglichkeit, durch Messen dieses Winkels, die Zeit zu bestimmen. Wegen der offensichtlich engen Verknüpfung von Zeit und Winkel wird dieser Winkel als Stundenwinkel bezeichnet. Es gilt daher:

$$\text{Sonnenzeit} = \text{Stundenwinkel der Sonne} + 12 \text{ Stunden.}$$

So sind beispielsweise bei einem Stundenwinkel von 30° (= /12 von 360°) seit dem Meridiandurchgang der Sonne zwei Stunden (= 1/12 von 24 h) vergangen. Demzufolge ist es also 14 Uhr Sonnenzeit.

Ein Problem mit der Sonnenzeit liegt darin, daß die Sonne am Himmel nicht stillsteht, während sich die Erde um ihre Achse dreht, denn während der Rotation läuft die Erde ja gleichzeitig ein Stück um die Sonne herum, und diese Bewegung spiegelt sich in dem scheinbaren jährlichen Lauf der Sonne über die Himmelskugel wieder. Geeigneter wäre ein Gestirn, dessen eigene Bewegung aufgrund seines großen Abstands zu uns zu keiner merklichen Positionsveränderung an der

Himmelskugel führen würde. Die Zeit wäre dann allein durch die recht gleichmäßige Erdrotation bestimmt. Ein Quasar würde dieser Anforderung beispielsweise genügen. Die Astronomen benutzen als Referenz jedoch kein reales Himmelsobjekt, sondern einen der beiden Schnittpunkte zwischen Himmelsäquator und scheinbarer Sonnenbahn, deren Lage ihnen gut bekannt ist. Derjenige Schnittpunkt, in dem die Sonne von der Süd- auf die Nordhälfte der Himmelskugel wechselt, wird als Frühlingspunkt F in Abb.3 bezeichnet. Er erfüllt die Rolle eines

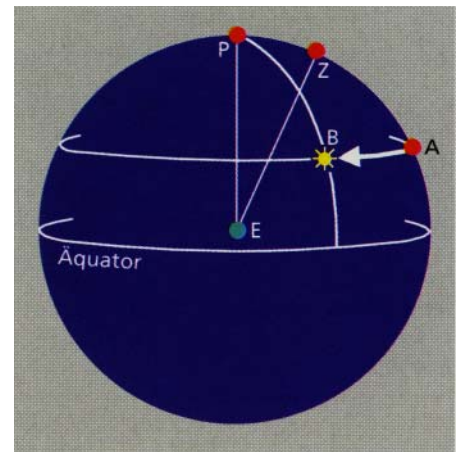


Abb. 2: Der Winkel APB am Pol der Himmelskugel ist ein Maß für die Zeit, in der die Sonne aufgrund der Erdrotation von A nach B läuft.

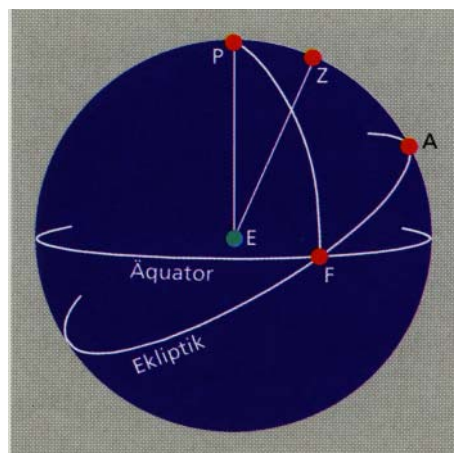


Abb. 3: Die Sternzeit wird aufgefaßt als Winkel APF auf der Himmelskugel zwischen dem Meridian PZA und dem Stundenkreis PF, der durch Himmelspol P und Frühlingspunkt F geht.

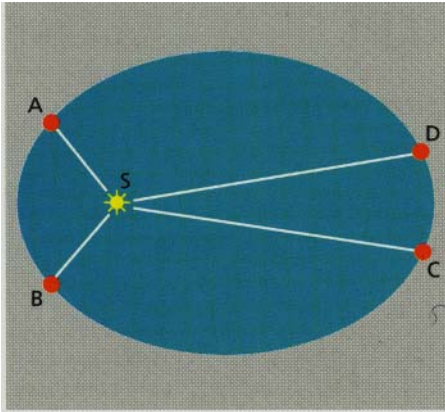


Abb. 4: Nach dem zweiten Gesetz von Kepler durchläuft ein Planet bei gleichen Flächen SAB und SCD die Bögen AB und CD in gleicher Zeit. Seine Bahngeschwindigkeit ist in Sonnennähe größer als in Sonnenferne.

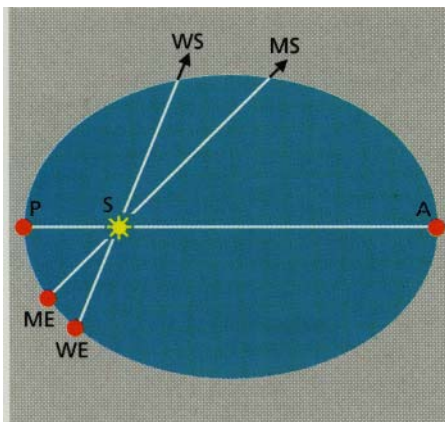


Abb. 5: Von einer fiktiven Erde ME, die mit konstanter Geschwindigkeit um die Sonne läuft, wird die Sonne S in Richtung MS gesehen. Diese Richtung unterscheidet sich von der Richtung WS, in der die Sonne S von der wahren Erde WE aus gesehen wird.

imaginären, weit entfernten Sterns. Der Stundenwinkel APF ist dann die Sternzeit, für die in Analogie zur Sonnenzeit festgelegt wird:

Sternzeit =

Stundenwinkel des Frühlingspunkts.

Da die Sternzeit allein von der Rotation der Erde abhängt, ist sie also eigentlich die geeignetere Zeitskala. Sie besitzt allerdings das Manko, nicht synchron mit dem Tag- und Nachtrhythmus zu sein. Will man sich den Komfort erhalten, daß es zur Mittagszeit auch immer 12 Uhr sein soll, so muß man wohl oder übel eine sich nach der Sonne richtende Zeitskala verwenden.

Die erste mittlere Sonne und Keplers zweites Gesetz

Die wahre Sonne ist dazu nicht geeignet, da ihre Geschwindigkeit am Himmel ja ungleichförmig ist. Wir nehmen daher

eine künstliche sogenannte "mittlere" Sonne, die mit konstanter Geschwindigkeit entlang der Ekliptik über den Himmel läuft, und studieren die zeitlichen Differenzen zur wahren Sonne. Da der Sonnenlauf die Bewegung der Erde um die Sonne widerspiegelt, müssen wir daher den Lauf der wahren und den einer "mittleren" Erde betrachten. Der Unterschied im Lauf beider Erden liegt im zweiten Gesetz von Kepler begründet. Danach ist die Bahngeschwindigkeit der Erde abhängig von ihrem Abstand zur Sonne, und zwar so, daß die Verbindungslinie von der Sonne zur Erde in gleichen Zeiten gleiche Flächen überstreicht.

In der Abb. 4 sollen die beiden Flächen SAB und SCD gleich groß sein. Dann durchläuft die Erde die beiden Bahnbögen AB und CD in gleicher Zeit, so daß die Geschwindigkeit der Erde in Sonnennähe größer ist als in Sonnenferne. In Wirklichkeit ist die Exzentrizität der Bahnellipse der Erde sehr viel geringer als in der Abbildung dargestellt. Die Bahngeschwindigkeit der Erde beträgt während der Sonnennähe im Januar 30.3 km/s und in Sonnenferne im Juli 29.3 km/s. Als Folge ist übrigens der Winter auf der Nordhalbkugel der Erde eine Woche kürzer als der Sommer.

Die Auswirkungen auf den Sonnenstand am irdischen Himmel lassen sich mit Abb. 5 veranschaulichen. Der Lauf der zur mittleren Sonne gehörenden mittleren Erde wird so definiert, daß mittlere und wahre Erde stets gleichzeitig durch den sonnennächsten Punkt P der Bahn gehen. Die mittlere und wahre Sonne stehen dann zusammen in Richtung A. Aus Symmetriegründen müssen beide Erden dann auch gleichzeitig ein halbes Jahr später durch den sonnenfernsten Punkt A laufen, so daß wahre und mittlere Sonne zusammen in Richtung P stehen. Auf dem halben Bahnbogen von P nach A eilt also die wahre Erde WE der mittleren Erde ME voraus. Von der Erde aus erblicken wir dann die wahre Sonne in Richtung WS und die mittlere Sonne in Richtung MS. Am irdischen Himmel steht dann die wahre Sonne östlich der mittleren Sonne. Wenn die mittlere Sonne im Meridian steht, ist es also genau 12 Uhr mittlere Sonnenzeit, aber erst beispielsweise 11 Uhr 50 wahre Sonnenzeit. Die Differenz wahre minus mittlere Zeit beträgt also in diesem Beispiel 10 Minuten. Während die Erde in Abb. 5 von P nach A läuft, ist also die wahre minus mittlere Sonnenzeit stets negativ. Im zweiten Halbjahr drehen sich die Verhältnisse um. Die mittlere Erde läuft dann der wahren Erde voraus und wird von dieser erst wieder in P eingeholt. Am irdischen Himmel läuft dann die wahre Sonne der mittleren Sonne voraus, so daß die Differenz wahre minus mittlere

Zeit in diesem zweiten Halbjahr positiv ist.

Über das ganze Jahr ergeben sich somit die in Abb. 6 als Kurve A dargestellten Differenzen der wahren minus mittleren Sonnenzeit. Die Nullpunkte der Kurve liegen definitionsgemäß zu den Zeitpunkten der Sonnennähe (4. Januar) und Sonnenferne (4. Juli) der Erde. Die genauen Zwischenwerte zu einem vorgegebenen Zeitpunkt werden mit den Gesetzen der Himmelsmechanik berechnet und erreichen mit ± 8 Minuten ihre größten Werte.

Die zweite mittlere Sonne und die Schiefe der Ekliptik

Die Einführung einer mittleren Erde und damit einer mittleren Sonne, die mit gleichmäßiger Geschwindigkeit entlang der Ekliptik über die Himmelskugel läuft, scheint aber noch ungenügend zu sein, denn die so bestimmten Unterschiede zwischen wahrer und mittlerer Zeit (Kurve A in Abb. 6) geben noch nicht die Beobachtungen der Abb. 1 wieder.

Dies ist allerdings auch nicht verwunderlich, denn unsere bisher eingeführte mittlere Sonne läuft ja entlang der Ekliptik und damit in der Erdbahnebene. Diese ist aber um $23,5^\circ$ gegenüber der Ebene des Himmelsäquators geneigt, die senkrecht zur zeitbestimmenden Erdrotationsachse steht, so daß ein geometrischer Projektionseffekt auftritt. Daher wird eine zweite mittlere Sonne eingeführt, die die gleiche Geschwindigkeit hat wie die erste mittlere Sonne, aber jetzt entlang des Himmelsäquators läuft. Dabei wird vereinbart, daß beide mittleren Sonnen gemeinsam durch den Frühlingspunkt laufen.

In Abb. 7 steht die Sonne in S und hat daher seit Frühlingsanfang den Bogen FS

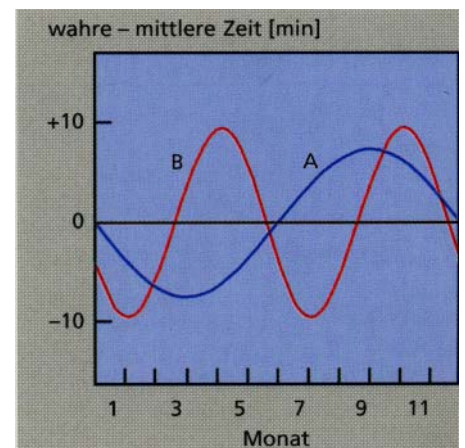


Abb. 6: Die Differenz zwischen wahrer und mittlerer Zeit wird verursacht durch die variable Bahngeschwindigkeit der Erde (A) und durch die Schiefe der Ekliptik (B). Die Summe beider Kurven ergibt die Kurve der Abb. 1.

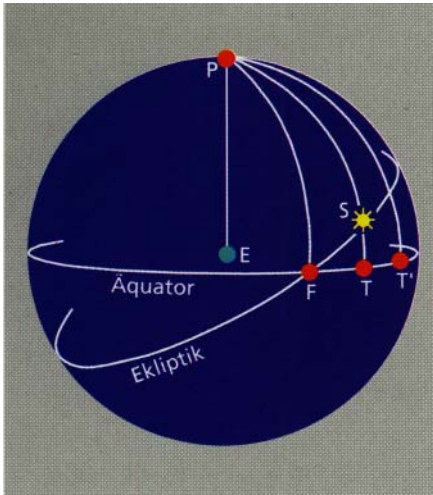


Abb. 7: Die Schiefe der Ekliptik bewirkt, daß der durch die Sonne S gehende Stundenkreis PST um TT' früher durch den Meridian eines Beobachters geht als der Stundenkreis PT', der durch die Bedingung $FS = FT'$ definiert wird.

auf der Ekliptik zurückgelegt. Wäre die Sonne entlang des Äquators gelaufen, so stünde sie nach der gleichen Zeit in T'. Es gilt also $FS = FT'$. Der Stundenkreis PS durch Pol und Sonne S schneidet den Äquator aber schon bei T. Bei der Drehung der Himmelskugel um die Erdachse EP geht also erst der Stundenkreis PT mit der Sonne S durch den Meridian und danach erst der Stundenkreis PT'. Die Zeitdifferenz wahre minus mittlere Sonne, die identisch ist mit dem Bogen TT' auf dem Äquator, ist also in diesem Fall positiv. T und T' fallen vereinbarungsgemäß im Frühlingspunkt F zusammen. Aus rein geometrischen Gründen müssen T und T' zum Sommeranfang auch wieder zusammenfallen, da dann $FS = FT = 90^\circ$ beträgt. Die gleichen Überlegungen gelten auch für die Zeitpunkte des Herbst- ($FS = 180^\circ$) und Winteranfangs ($FS = 270^\circ$). Bei den Durchgängen durch diese Punkte dreht sich das Vorzeichen jeweils um. Die tatsächlichen Werte errechnen sich mit den Formeln der sphärischen Trigonometrie aus dem rechtwinkligen sphärischen Dreieck FST und sind als Kurve B in Abb. 6 dargestellt. Wie groß die Maxima und Minima sind, wird allein durch die Schiefe der Ekliptik bestimmt, also durch den Winkel, den Ekliptik und Äquator miteinander bilden.

Die Überlagerung der beiden Kurven A und B in Abb. 6 ergibt nun endlich die in Abb. 1 dargestellte gesamte Differenz der wahren minus der mittleren Zeit. Diese Zeitdifferenz wird als Zeitgleichung bezeichnet.

* * *